

УДК 517.3

DOI 10.21685/2072-3040-2019-3-2

Е. Д. Деревянчук, М. А. Логинов, В. В. Скоркин, О. В. Фролова

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ АНИЗОТРОПНОЙ ДИАФРАГМЫ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ¹

Аннотация.

Актуальность и цели. Рассматриваются актуальные для практики задачи электродинамики. Появление новых видов искусственных материалов привело к задачам определения «эффективных» характеристик такого рода материалов. Цель исследования – разработать численно-аналитические методы решения обратных задач волноводным методом.

Материалы и методы. Исследуются две обратные задачи электродинамики: обратная задача определения комплексной диэлектрической проницаемости по модулю коэффициента отражения и модулю прохождения и обратная задача определения тензоров диэлектрической проницаемости и магнитной анизотропной диафрагмы. Задачи сводятся к решению соответствующих краевых задач для систем уравнений Максвелла.

Результаты. Получены численно-аналитические решения обратной задачи. Разработан метод решения задач. Оба метода протестированы на сериях тестовых задач.

Выводы. Полученные алгоритмы решения обратных задач могут быть использованы при определении электромагнитных параметров изотропных и анизотропных современных видов материалов волноводным методом.

Ключевые слова: изотропная диафрагма, анизотропная диафрагма, задача электродинамики, комплексная диэлектрическая проницаемость, тензор магнитной проницаемости, диагональный тензор, тензор диэлектрической проницаемости, волноводный метод.

E. D. Derevyanchuk, M. A. Loginov, V. V. Skorkin, O. V. Frolova

INVERSE PROBLEMS OF RESTORING ANISOTROPIC DIAPHRAGM PARAMETERS IN A RECTANGULAR WAVEGUIDE

Abstract.

Background. This paper is devoted to inverse problems of electromagnetic parameters reconstruction of isotropic and anisotropic diaphragms. The aim of study is to develop numerical-analytical methods of solving inverse problems.

Materials and methods. We consider two inverse problems: inverse problem of complex permittivity reconstruction and inverse problem of permittivity and permeability tensors reconstruction of multi-sectional diaphragm. The problem is devoted to the boundary value problem for Maxwell's equations.

¹ Работа финансово поддержана грантом Президента РФ № МК-3604.2018.1, а также грантом Минобрнауки России (госзадание № 1.894.2017/4.6).

© Деревянчук Е. Д., Логинов М. А., Скоркин В. В., Фролова О. В., 2019. Данная статья доступна по условиям всемирной лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), которая дает разрешение на неограниченное использование, копирование на любые носители при условии указания авторства, источника и ссылки на лицензию Creative Commons, а также изменений, если таковые имеют место.

Results. We obtain numerical-analytical methods of the solution to the both inverse problems.

Conclusions. The numerical methods of solving these inverse problems and numerical results can be used in practice to reconstruct electromagnetic characteristics of modern materials.

Keywords: electrodynamics problem, inverse problem, complex permittivity, isotropic, anisotropic material, tensor, permeability tensor, permittivity tensor.

Введение

Данная статья посвящена обратным задачам электродинамики [1–3].

Суть обратных задач – определить характеристики неизвестного объекта по измерениям падающей волны, отраженной волны и прошедшей через объект волны. В данной работе исследуются две обратные задачи: обратная задача определения электромагнитных характеристик анизотропной и изотропной диафрагмы, расположенной в прямоугольном волноводе. Рассматриваемые задачи относятся к классу обратных задач электродинамики [3–11].

Разработка методов восстановления электромагнитных характеристик исследуемого образца проводится последние десятилетия. С развитием современных технологий появились новые виды материалов, которые по своей структуре представляют композитные материалы, т.е. материалы, которые получены из основного материала путем добавления в него на расстояние в нанометры других материалов (в виде незамкнутых колец и т.д.) [4, 5, 8, 10]. Для определения «эффективных» характеристик сложных по структуре материалов разрабатываются математические методы [2, 12, 13].

Целью данной работы было создание одного из таких численно-аналитических методов для конкретной обратной задачи электродинамики.

1. Численный метод решения обратной задачи (анизотропная диафрагма)

1.1. Постановка задачи

Пусть в прямоугольной декартовой системе координат задан волновод $P = \{x: 0 < x_1 < a, 0 < x_2 < b, -\infty < x_3 < \infty\}$ с идеально проводящей поверхностью ∂P (рис. 1), где a – ширина волновода, b – высота волновода.

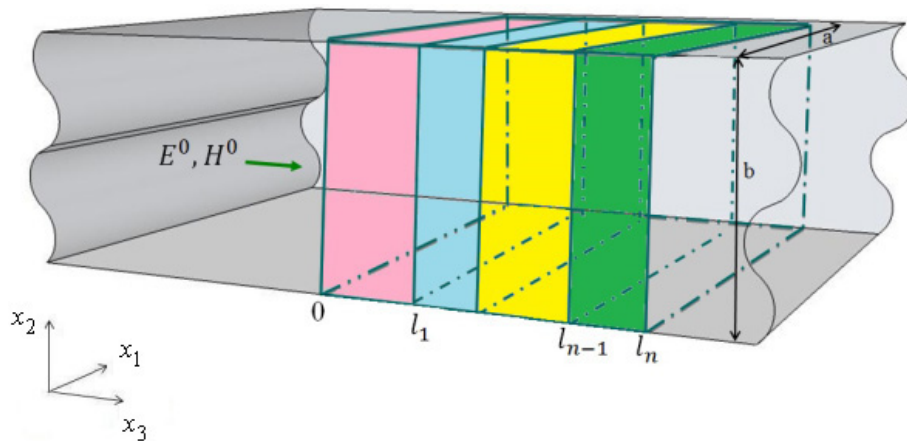


Рис. 1. Диафрагма в волноводе

Стенки волновода будем считать идеально проводящими. Внутри волновода расположена многосекционная диафрагма

$$Q = \{(x, y, z) : 0 < x < a, 0 < y < b, 0 < z < l\}$$

с секциями

$$Q_j = \{(x, y, z) : 0 < x < a, 0 < y < b, l_{j-1} < z < l_j\}, Q = \bigcup_{j=1}^n Q_j,$$

где $l_j - l_{j-1}$ – известная толщина j -й секции и l – толщина всей диафрагмы.

Вне диафрагмы среда изотропна и однородна. Каждая секция заполнена анизотропной средой с неизвестными тензорами:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(j)}(\omega) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^{(j)}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}^{(j)}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^{(j)}(\omega) \end{pmatrix}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (1)$$

и неизвестным тензором магнитной проницаемости [2, 14]:

$$\boldsymbol{\mu}^{(j)}(\omega) = \begin{pmatrix} \mu_{11}^{(j)}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{22}^{(j)}(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33}^{(j)}(\omega) \end{pmatrix}, \quad j = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Предполагается, что компоненты $\varepsilon_{33}^{(j)}(\omega)$, $\mu_{33}^{(j)}(\omega)$ ($j = 1, \dots, n$) известны.

Электромагнитное поле задается системой уравнений Максвелла вне и внутри диафрагмы:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{H} = -i\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \end{cases} \quad \begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{H} = -i\omega\boldsymbol{\varepsilon}^{(j)}(\omega) \mathbf{E}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} = i\omega\boldsymbol{\mu}^{(j)}(\omega) \mathbf{H}. \end{cases} \quad (3)$$

Распространение одной волны внутри волновода достигается выбором параметров волновода таким образом, чтобы выполнялось условие для волнового числа: $\frac{\pi}{a} < k_0 < \frac{\pi}{b}$ [1, 3, 13, 15] (рис. 2).

Внешнее электрическое поле имеет вид

$$\mathbf{E}^0 = A \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) e^{-i\gamma_0 x_3} \vec{e}_2, \quad (4)$$

соответствующий волне типа H_{10} с известной амплитудой A , где $\gamma_0 = \sqrt{k_0^2 - \pi^2/a^2} = \sqrt{\omega^2\varepsilon_0\mu_0 - \pi^2/a^2}$, γ_0 – постоянная распространения волны H_{10} ; $\vec{e}_2$ – орт вдоль оси Oy . Вектор $\mathbf{H}^0$ определяется из второго уравнения системы (3).

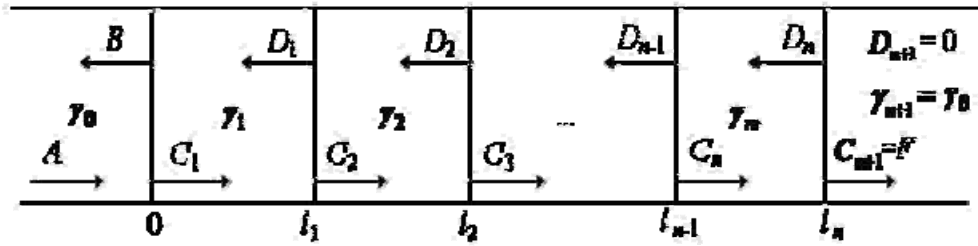


Рис. 2. Распространение волны в волноводе

Будем предполагать, что волна имеет следующую поляризацию:

$$\mathbf{E} = (0 \ E_y \ 0), \quad \mathbf{H} = (H_x \ 0 \ H_z). \quad (5)$$

Полное поле внутри волновода имеет следующий вид:

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \left(A e^{-i\gamma_0 z} + B e^{i\gamma_0 z} \right) \mathbf{e}_2, & z < 0, \\ \mathbf{E} = \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \left(C_j e^{-i\gamma_j l_j} + D_j e^{i\gamma_j l_j} \right) \mathbf{e}_2, & 0 < z < l, \\ \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) F e^{-i\gamma_0 z} \mathbf{e}_2, & z > l, \end{cases} \quad (6)$$

здесь A – амплитуда падающей волны; C_j, D_j – неизвестные коэффициенты; B и F – коэффициенты, подлежащие измерению.

Подставляя выражения (1)–(2) в системы уравнений Максвелла (3), получим соответствующие выражения для постоянных распространения:

$$\gamma_0 = \sqrt{\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 - \frac{\pi^2}{a^2}},$$

$$\gamma_j = \sqrt{\left(\omega^2 \epsilon_{22}^{(j)} \mu_{33}^{(j)} - \frac{\pi^2}{a^2} \right) \frac{\mu_{11}^{(j)}}{\mu_{33}^{(j)}}}. \quad (7)$$

На границе областей выполняются условия сопряжения:

$$[E_y]_L = 0, \quad [H_x]_L = 0, \quad (8)$$

где $L := \{(x, y, z) : z = 0, z = l\}$, $[\cdot]_L$ – скачок предельных значений функции на границе раздела сред L ; E_y, H_x – тангенциальные составляющие векторов $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ соответственно.

Постановка обратной задачи (анизотропная диафрагма): требуется по известным значениям коэффициента F/A на различных частотах и при разных положениях диафрагмы в волноводе восстановить $\epsilon^{(j)}(\omega), \mu^{(j)}(\omega)$ $j = (1, \dots, n)$.

1.2. Численный метод решения обратной задачи для анизотропной диафрагмы

Для тензоров (1)–(2) с учетом выражений (4)–(8) справедлива следующая система уравнений:

$$\frac{F}{A}(\omega_s) = \frac{2e^{-i\gamma_0(\omega_s)l_n} \prod_{j=0}^n \frac{\gamma_j(\omega_s)}{\mu_{11}^{(j)}}}{\frac{\gamma_n(\omega_s)}{\mu_{11}^{(n)}} p_{n+1}^{(+)}(\omega_s) + \frac{\gamma_0}{\mu_0} q_{n+1}^{(+)}(\omega_s)}, \quad s = 1, \dots, 2n, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} p_1 &= 1, \quad p_{j+1} = \frac{\gamma_{j-1}}{\mu_{11}^{(j-1)}} p_j \cos \alpha_j + \frac{\gamma_j}{\mu_{11}^{(j)}} q_j i \sin \alpha_j, \\ q_1 &= 1, \quad q_{j+1} = \frac{\gamma_{j-1}}{\mu_{11}^{(j-1)}} p_j i \sin \alpha_j + \frac{\gamma_j}{\mu_{11}^{(j)}} q_j \cos \alpha_j, \\ \alpha_j &= \gamma_j (l_j - l_{j-1}), \quad \gamma_j = \sqrt{\left(\omega^2 \epsilon_{22}^j \mu_{33}^j - \frac{\pi^2}{a^2} \right) \frac{\mu_{11}^j}{\mu_{33}^j}} \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (10)$$

Система (9) представляет собой систему $2n$ действительных уравнений с $2n$ неизвестными $\epsilon_{22}^{(j)}$, $\mu_{11}^{(j)}$ ($j = 1, \dots, n$). В уравнения системы (9) не входят компоненты $\epsilon_{11}^{(j)}$, $\mu_{22}^{(j)}$ ($j = 1, \dots, n$). Поэтому для того чтобы найти другие компоненты, выполним поворот диафрагмы относительно оси Oz на 90° . В результате поворота постановка задачи не нарушается; тензоры преобразуются к виду

$$\tilde{\epsilon}^{(j)} = \begin{pmatrix} \epsilon_{22}^{(j)} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^{(j)} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^{(j)} \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mu}^{(j)} = \begin{pmatrix} \mu_{22}^{(j)} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{11}^{(j)} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{33}^{(j)} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Выражение для γ_j преобразуется к виду

$$\tilde{\gamma}_j = \sqrt{\left(\omega^2 \epsilon_{11}^j \mu_{33}^j - \frac{\pi^2}{a^2} \right) \frac{\mu_{22}^j}{\mu_{33}^j}}.$$

Для тензоров (11) система (9) преобразуется к следующему виду:

$$\frac{\tilde{F}}{A}(\omega_s) = \frac{2e^{-i\gamma_0(\omega_s)l_n} \prod_{j=0}^n \frac{\gamma_j(\omega_s)}{\mu_{11}^{(j)}}}{\frac{\tilde{\gamma}_n(\omega_s)}{\mu_{11}^{(n)}} \tilde{p}_{n+1}^{(+)}(\omega_s) + \frac{\gamma_0}{\mu_0} \tilde{q}_{n+1}^{(+)}(\omega_s)}, \quad s = 1, \dots, 2n, \quad (12)$$

$$p_1 = 1, \quad \tilde{p}_{j+1} = \frac{\tilde{\gamma}_{j-1}}{\mu_{11}^{(j-1)}} \tilde{p}_j \cos \tilde{\alpha}_j + \frac{\tilde{\gamma}_j}{\mu_{11}^{(j)}} \tilde{q}_j i \sin \tilde{\alpha}_j,$$

$$q_1 = 1, \quad \tilde{q}_{j+1} = \frac{\tilde{\gamma}_{j-1}}{\mu_{11}^{(j-1)}} \tilde{p}_j i \sin \tilde{\alpha}_j + \frac{\tilde{\gamma}_j}{\mu_{11}^{(j)}} \tilde{q}_j \cos \tilde{\alpha}_j, \quad \tilde{\alpha}_j = \tilde{\gamma}_j (l_j - l_{j-1}), \quad j = 1, \dots, n.$$

Решая совместно системы (9) и (12) методом Левенберга – Марквардта, можно полностью определить тензоры магнитной проницаемости и диэлектрической проницаемости каждой секции анизотропной диафрагмы.

1.3. Численные результаты для анизотропной диафрагмы

В данном пункте все единицы измерения указаны в системе СГС.

Пример 1. Пусть параметры волновода: $a = 2$ см, высота $b = 1$ см. Точные значения: круговая частота $\omega_0 = 2,5$, что соответствует частоте $f_1 = 11,94$, длина секции $l_1 = 0,5$, см $l_2 = 1$ см, диэлектрическая проницаемость в первой секции: $\epsilon_{11}^{(1)} = 9,22$, $\epsilon_{22}^{(1)} = 9,22$, $\epsilon_{33}^{(1)} = 11,51$, $\mu_{11}^{(1)} = 1,1$, $\mu_{22}^{(1)} = 1,1$, $\mu_{33}^{(1)} = 1,1$, во второй секции: $\epsilon_{11}^{(2)} = 4,55$, $\epsilon_{22}^{(2)} = 4,55$, $\epsilon_{33}^{(2)} = 4,65$, $\mu_{11}^{(2)} = 1$, $\mu_{22}^{(2)} = 1$, $\mu_{33}^{(2)} = 1$. Результаты решения обратной задачи представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты решения обратной задачи при абсолютной погрешности исходных данных равной $-0,001 - 0,001i$

F/A	F/A с погрешностью	$\max \Delta \epsilon, \%$	$\max \Delta \mu, \%$
$0,0859 + 0,8806i$	$0,0869 + 0,8816i$	0,51	2,005
$-0,3165 + 0,2716i$	$-0,3155 + 0,2726i$		
$0,0859 + 0,8806i$	$0,0869 + 0,8816i$		
$-0,3165 + 0,2716i$	$-0,3155 + 0,2726i$		

Вывод: максимальная относительная погрешность вычислений составила **2,005 %**, это не превышает 5 %, что допустимо для использования на практике.

2. Численный метод решения обратной задачи (анизотропная диафрагма)

2.1. Постановка задачи для изотропной диафрагмы

Рассмотрим частный случай. Пусть в волноводе расположена односекционная диафрагма, заполненная изотропной средой с диэлектрической проницаемостью, зависящей от частоты

$$\epsilon(\omega) = \epsilon' + i\epsilon'', \quad (13)$$

где $\epsilon' = \text{Re}(\epsilon)$ – вещественная диэлектрическая проницаемость, $\epsilon'' = \frac{\sigma}{\omega}$, где σ – проводимость, ω – круговая частота (рис. 2).

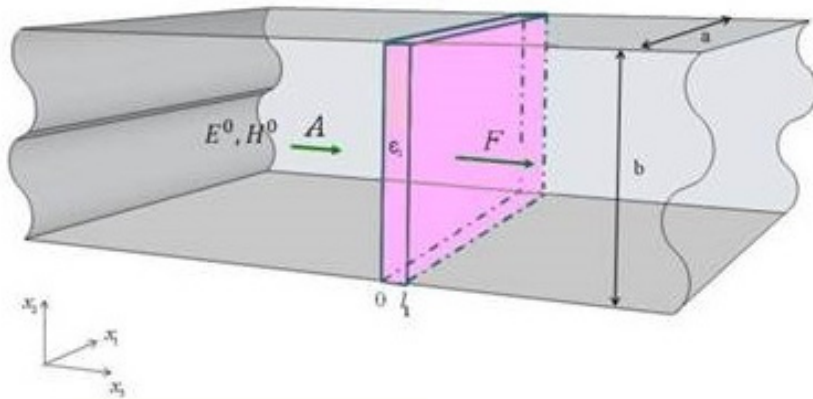


Рис. 2. Односекционная диафрагма в волноводе

Постановка задачи. Требуется по известным значениям **модуля** коэффициента прохождения F/A и коэффициента отражения B/A определить комплексную диэлектрическую проницаемость $\epsilon(\omega) = \epsilon' + i\epsilon''$ односекционной диафрагмы.

2.2. Численный метод решения обратной задачи для изотропной диафрагмы

Электромагнитное поле задается системой уравнений Максвелла вне и внутри диафрагмы:

$$\begin{cases} \text{rot } \mathbf{H} = -i\omega\epsilon_0 \mathbf{E}, \\ \text{rot } \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \end{cases} \quad \begin{cases} \text{rot } \mathbf{H} = -i\omega\epsilon_1 \mathbf{E}, \\ \text{rot } \mathbf{E} = i\omega\mu_1 \mathbf{H}. \end{cases} \quad (14)$$

Внешнее электрическое поле имеет вид (4), волна имеет поляризацию (5), полное поле в диафрагме имеет вид (6). В результате для изотропной диафрагмы имеем следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} A + B = C_1 + D_1, \\ \gamma_0(B - A) = \gamma(D_1 - C_1), \\ C_1 e^{-i\gamma l} + D_1 e^{i\gamma l} = F e^{-i\gamma_0 l}, \\ \gamma(C_1 e^{-i\gamma l} - D_1 e^{i\gamma l}) = \gamma_0 F e^{-i\gamma_0 l}. \end{cases} \quad (15)$$

Тогда модули коэффициентов прохождения и отражения будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} |F/A| = \frac{1}{\left| \cos(\tau) + i \cdot \sin(\tau) \cdot \left(\frac{\tau}{2C} + \frac{C}{2\tau} \right) \right|}, \\ |B/A| = |F/A| \cdot |\sin(\tau)| \cdot \left| \frac{C}{2\tau} - \frac{\tau}{C} \right|, \end{cases} \quad (16)$$

где $\tau = \gamma l = l \sqrt{\omega^2 \epsilon \mu_0 - \frac{\pi^2}{a^2}}$, $C = \gamma_0 l = l \sqrt{\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 - \frac{\pi^2}{a^2}}$.

В этом случае, решая полученную систему (15) относительно неизвестных $|F/A|$, $|B/A|$ численным методом для нелинейных систем уравнений, например методом Левенберга – Марквардта, находим искомые величины $\epsilon \in C$ [9].

2.3. Численные результаты решения обратной задачи для изотропной диафрагмы

Рассмотрим численные результаты. Пусть $2 \leq \epsilon \leq 23$. Результаты решения задач представлены в табл. 2.

Таблица 2
Результаты решения серий тестовых задач для изотропной диафрагмы

Номер задачи	ϵ	$\max(\Delta\epsilon')$, %	$\max(\Delta\epsilon'')$, %	$\max(\Delta\epsilon', \Delta\epsilon'')$, %
1	2	4,666	2,102	4,666
2	4	0,7664	0,7473	0,7664
3	8	2,697	2,105	2,697
4	12	0,3331	2,564	2,564
5	15	1,61	1,829	1,829
6	18	0,7049	2,026	2,026
7	20	0,8169	2,772	2,772
8	22	0,6444	4,362	4,362
9	23	1,903	5,119	5,119

В табл. 2 во втором столбце представлены точные значения диэлектрической проницаемости; в третьем столбце представлены значения $\max(\Delta\epsilon')$ – относительная погрешность $\text{Re}(\epsilon)$; в четвертом – $\max(\Delta\epsilon'')$ – относительная погрешность $\text{Im}(\epsilon)$.

Из табл. 2 видно, что при увеличении значения диэлектрической проницаемости растет погрешность мнимой части, а при его уменьшении растет погрешность действительной части.

Заключение

Таким образом, в данной работе предложены численно-аналитические методы решения обратных задач. Каждый метод был реализован в виде комплекса программ и протестирован на ряде задач.

Численные результаты обратной задачи для анизотропной диафрагмы показывают, что численный метод может быть использован при допустимой

погрешности исходных данных – не превышающей $\Delta \leq \pm 0,001 \pm 0,001i$. Точность вычислений электромагнитных характеристик не зависит от структуры материалов, которыми заполнены каждая из секций.

Численные результаты обратной задачи для изотропной диафрагмы показывают, что численный метод позволяет находить комплексную диэлектрическую проницаемость диафрагмы с приемлемой для практики точностью.

Разработанные численно-аналитические методы могут быть использованы при исследовании современных видов материалов, а именно нахождении тензорных электромагнитных характеристик материалов, комплексной диэлектрической проницаемости диафрагмы в волноводе по известным значениям модулей коэффициентов отражения и прохождения.

Библиографический список

1. **Вайнштейн, Л. А.** Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. – Москва : АСТ, 1988. – 440 с.
2. **Деревянчук, Е. Д.** Восстановление электромагнитных характеристик многосекционной анизотропной диафрагмы в прямоугольном волноводе / Е. Д. Деревянчук, И. А. Родионова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2018. – № 2 (46). – С. 56–63.
3. **Макеева, Г. С.** Математическое моделирование электроуправляемых устройств терагерцового диапазона на основе графена и углеродных нанотрубок : монография / Г. С. Макеева, О. А. Голованов. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2018. – 303 с.
4. **Медведик, М. Ю.** Обратные задачи восстановления диэлектрической проницаемости неоднородного тела в волноводе / М. Ю. Медведик, Ю. Г. Смирнов. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2014. – 76 с.
5. **Никольский, В. В.** Электродинамика и распространение радиоволн / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. – Москва : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1989. – 544 с.
6. **Стрижаченко, А. В.** Измерение анизотропных диэлектриков на СВЧ. Теоретический анализ, устройства, методы / А. В. Стрижаченко. – LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. – 288 с.
7. Волноводные фотонные кристаллы с электрически управляемыми характеристиками / Д. А. Усанов, А. В. Скрипаль, С. А. Никитов, М. К. Мерданов, С. Г. Евтеев. // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. – 2017. – Т. 20, № 3. – С. 43–51.
8. **Шван, Х. П.** Воздействие высокочастотных полей на биологические системы: Электрические свойства и биофизические механизмы / Х. П. Шван, К. Р. Фостер // Труды Института инженеров по электронике и радиоэлектронике. – 1980. – Т. 68, № 1. – С. 121–132.
9. Analytical and numerical methods in electromagnetic wave theory / Edited by M. Hashimoto, M. Idemen, and O.A. Tretyakov. – Tokyo : Science House Co., 1993.
10. **Baena, J. D.** Electrically small isotropic three-dimensional magnetic resonators for metamaterial design / J. D. Baena, L. Jelinek, R. Marques, J. Zehentner // Appl. Phys. Lett. – 2006. – Vol. 88. – P. 134108-1–134108-3.
11. **Beilina, L.** Inverse problems and large-scale computations / L. Beilina, Yu. V. Shestopalov. – New York : Springer, 2013. – 223 p.
12. **Shamonina, E.** Slow waves in magnetic metamaterials: history, fundamentals and applications / E. Shamonina // Phys. Stat. Sol. b. – 2008. – Vol. 245. – P. 1471–1482.
13. **Smirnov, Yu. G.** Mathematical methods for electromagnetic problems : monograph / Yu. G. Smirnov. – Penza, 2009. – 266 p.

14. **Norgren, M.** Reconstruction of the constitutive parameters for an omega material in a rectangular waveguide / Martin Norgren, Sailing He // IEEE Transactions On Microwave Theory Techniques. – 1995. – Vol. 43, № 6. – P. 1315–1321.
15. **Derevyanchuk, E. D.** Permittivity reconstruction of a one-sectional diaphragm in a rectangular waveguide / E. D. Derevyanchuk, Yu. G. Smirnov // INTERNATIONAL CONFERENCE OF NUMERICAL ANALYSIS AND APPLIED MATHEMATICS (ICNAAM 2016) Proceeding of International Conference of Mathematics. – Rhodes, Greece, 2017, July. – P. 2–s2.

References

1. Vaynshteyn L. A. *Elektromagnitnye volny* [Electromagnetic waves]. Moscow: AST, 1988, 440 p. [In Russian]
2. Derevyanchuk E. D., Rodionova I. A. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences]. 2018, no. 2 (46), pp. 56–63. [In Russian]
3. Makeeva G. S., Golovanov O. A. *Matematicheskoe modelirovanie elektroupravlyаемых ustroystv teragertsovogo diapazona na osnove grafena i uglerodnykh nanotrubok: monografiya* [Mathematical modeling of electrically controlled terahertz devices based on graphene and carbon nanotubes: monograph]. Penza: Izd-vo PGU, 2018, 303 p. [In Russian]
4. Medvedik M. Yu., Smirnov Yu. G. *Obratnye zadachi vosstanovleniya dielektricheskoy pronitsaemosti neodnorodnogo tela v volnovode* [Inverse problems of reconstructing the dielectric constant of an inhomogeneous body in a waveguide]. Penza: Izd-vo PGU, 2014, 76 p. [In Russian]
5. Nikol'skiy V. V., Nikol'skaya T. I. *Elektrodinamika i rasprostraneniye radiovoln* [Electrodynamics and radio wave propagation]. Moscow: Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1989, 544 p. [In Russian]
6. Strizhachenko A. V. *Izmereniye anizotropnykh dielektrikov na SVCh. Teoreticheskiy analiz, ustroystva, metody* [Measurement of anisotropic dielectrics in microwave. Theoretical analysis, devices, methods]. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011, 288 p. [In Russian]
7. Usanov D. A., Skripal' A. V., Nikitov S. A., Merdanov M. K., Evteev S. G. *Fizika volnovykh protsessov i radiotekhnicheskie sistemy*. [Physics of wave processes and radio engineering systems] 2017, vol. 20, no. 3, pp. 43–51. [In Russian]
8. Shvan Kh. P., Foster K. R. *Trudy Instituta inzhenerov po elektronike i radioelektronike* [Proceedings of the Institute of electronics and electronics engineers]. 1980, vol. 68, no. 1, pp. 121–132. [In Russian]
9. *Analytical and numerical methods in electromagnetic wave theory*. Edited by M. Hashimoto, M. Idemen, and O.A. Tretyakov. Tokyo: Science House Co., 1993.
10. Baena J. D., Jelinek L., Marques R., Zehentner J. *Appl. Phys. Lett.* 2006, vol. 88, pp. 134108-1–134108-3.
11. Beilina L., Shestopalov Yu. V. *Inverse problems and large-scale computations*. New York: Springer, 2013, 223 p.
12. Shamonina E. *Phys. Stat. Sol. b*. 2008, vol. 245, pp. 1471–1482.
13. Smirnov Yu. G. *Mathematical methods for electromagnetic problems: monograph*. Penza, 2009, 266 p.
14. Norgren M., He S. *IEEE Transactions on Microwave Theory Techniques*. 1995, vol. 43, no. 6, pp. 1315–1321.
15. Derevyanchuk E. D., Smirnov Yu. G. *International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (Icnaam 2016). Proceeding of International Conference of Mathematics*. Rhodes, Greece, 2017, July, p. 2–s2.

Деревянчук Екатерина Дмитриевна
кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник, научно-
исследовательский центр
«Суперкомпьютерное моделирование
в электродинамике», Пензенский
государственный университет (Россия,
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: katyader11@yandex.ru

Логинов Максим Александрович
студент, Пензенский
государственный университет (Россия,
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: mmm@pnzgu.ru

Скоркин Владимир Витальевич
студент, Пензенский
государственный университет (Россия,
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: skorkin90@bk.ru

Фролова Ольга Вячеславовна
студент, Пензенский
государственный университет (Россия,
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: olga.fov@yandex.ru

Derevyanchuk Ekaterina Dmitrievna
Candidate of physical and mathematical
sciences, researcher, research
center “Supercomputer modeling
in electrodynamics”, Penza State
University (40, Krasnaya street,
Penza, Russia)

Loginov Maksim Aleksandrovich
Student, Penza State University
(40, Krasnaya street, Penza, Russia)

Skorkin Vladimir Vital'evich
Student, Penza State University
(40, Krasnaya street, Penza, Russia)

Frolova Ol'ga Vyacheslavovna
Student, Penza State University
(40, Krasnaya street, Penza, Russia)

Образец цитирования:

Деревянчук, Е. Д. Обратные задачи восстановления параметров анизотропной диафрагмы в прямоугольном волноводе / Е. Д. Деревянчук, М. А. Логинов, В. В. Скоркин, О. В. Фролова // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2019. – № 3 (51). – С. 25–35. – DOI 10.21685/2072-3040-2019-3-2.